Source d'énergie alternative sinusoïdale

I. Introduction

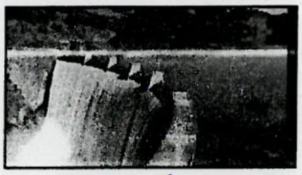
Les fonctions alternatives sinusoïdales sont très présentes dans le monde des électriciens et des électroniciens. On les rencontre dans la distribution de l'énergie électrique et dans les moteurs électriques mais aussi dans de multiples domaines de l'électronique et du traitement de signal.

Pour plusieurs raisons, les régimes sinusoïdaux ont une très grande importance en électricité :

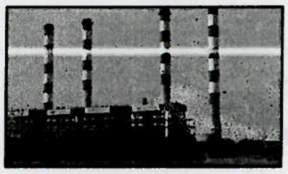
- La majeure partie de l'énergie électrique consommée dans le monde est produite et distribuée sous forme de tensions sinusoïdales.
- Le régime sinusoïdal sert de base à l'étude des signaux périodiques par l'intermédiaire de la transformation de Fourier (chapitre suivant).

II. Moyenne de production électrique

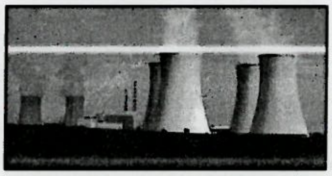
Quand elle n'est pas d'origine chimique (batterie ou accumulateur : stockage de l'énergie électrique) ou photovoltaïque (énergie solaire), l'électricité est toujour produite selon le même principe : la **transformation** d'une énergie **mécanique** en énergie **électrique**.



Centrale hydraulique

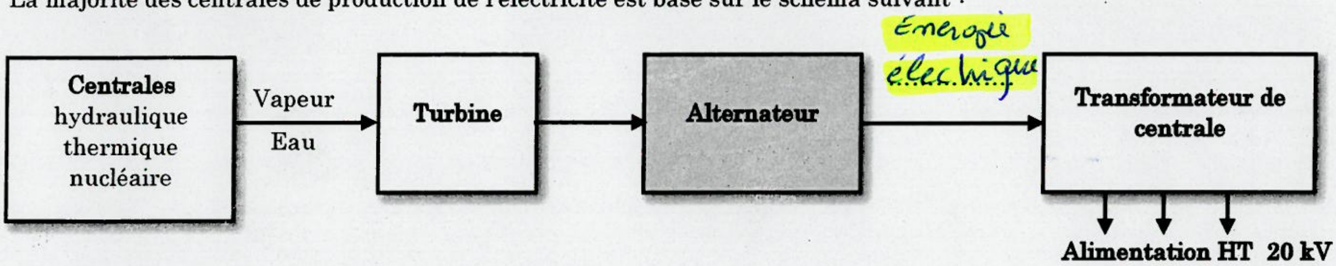


centrale thermique

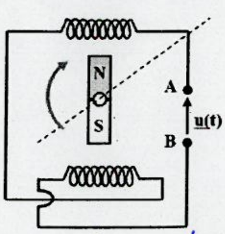


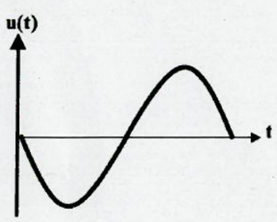
Centrale nucléaire

La majorité des centrales de production de l'électricité est basé sur le schéma suivant :

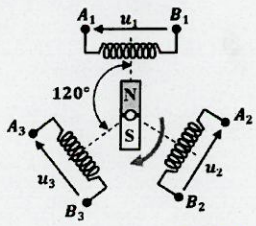


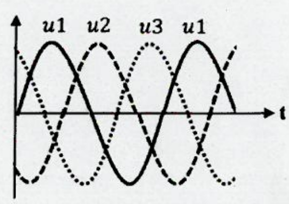
L'alternateur alors transforme la force de l'eau, de vapeur ou de vent qui vont entraîner en rotation un aiment, le courant distribué est alternatif monophasé ou triphasé selon la conception de l'alternateur.





Alternateur monophasé





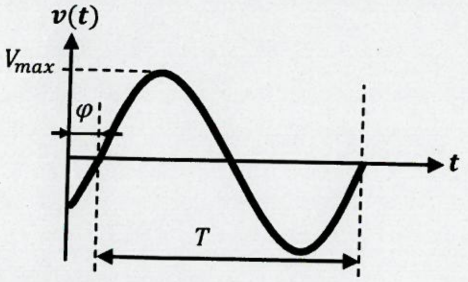
Alternateur triphasé

Ce présent chapitre a pour but de préciser les différentes façons de décrire une fonction alternative sinusoïdale. Puis, nous aborderons le calcul des circuits électriques en régime alternatif sinusoïdal et finalement nous finasserons par le calcul de puissance en régime alternatif monophasé et triphasé.

III. Outils de base et prérequis

1. Représentation d'une tension sinusoïdale en régime temporel

Une tension alternative sinusoïdale est définie par : $v(t) = V_{max}\ \sin(\omega\, t - \varphi)$



Avec :

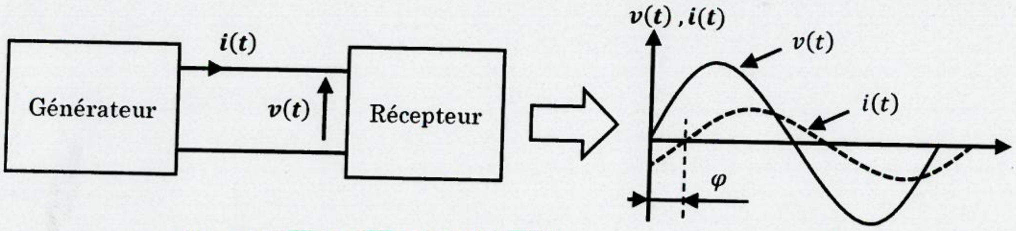
- V_{max} : l'amplitude maximale en V
- ω : pulsation en rad/s
- t : le temps en s
- φ : phase à l'origine en rad
- $\omega t + \varphi$: phase à l'instant t en rad
- T : la période de signal en s

Relations essentielles :

Pulsation et fréquence	Fréquence et la période	Valeur maximale et valeur efficace
$\omega = 2\pi . f$ [rad/s]	$f = 1/T$ [Hz]	$V_{max} = \sqrt{2}\ V$

2. Récepteur électrique en régime alternatif sinusoïdal

La grande majorité des récepteurs électriques sous tension sinusoïdale sont des récepteurs à tendance inductive. Ainsi, dans la plupart des cas, le courant i(t) traversant un dipôle est en retard par rapport à la tension u(t).



φ : Le déphasage entre la tension et le courant
On dit que le courant est en **retard** par rapport à la tension dans ce cas ci-contre.

Tension v(t) : $\boxed{v(t) = V_{max}\ \sin(\omega t)}$ **le courant i(t) :** $\boxed{i(t) = I_{max}\ \sin(\omega t - \varphi)}$

La résolution des problèmes en régime temporel reste toujours complexe et même si possible, il prend beaucoup de temps !

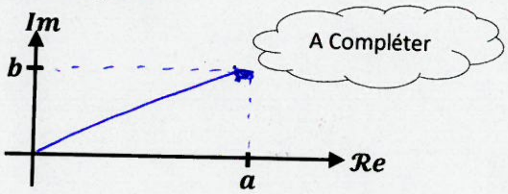
3. Représentation complexe des grandeurs sinusoïdales

Cette méthode est bien adaptée à l'usage de la calculette ou d'un logiciel de calcul mathématique. Elle donne des résultats précis lorsqu'on veut calculer la somme des signaux. Cette méthode exige de maitriser le cours des nombres complexes en mathématique.

Rappel : **<u>les nombres complexes</u>**

Soit $Z = a + j\, b$, un nombre complexe avec $Z \in \mathbb{C}$ et supposons que les nombres a et b sont positifs

- Module de Z : $r = |Z| = \sqrt{a^2 + b^2}$
- Argument de Z : $\theta = \arg(Z) = \arctan\left(b/a\right)$
- Représentation vectorielle de Z (voir ci-contre)



Différentes formes pour écrire le complexe Z :

- $Z = r\,(\cos(\theta) + j\,.\sin(\theta))$ (Forme Trigonométrique)
- $Z = [\,r, \theta\,]$:
- $Z = r\, e^{j\theta}$ (Forme exponentielle) la forme qu'on va utiliser par la suite.

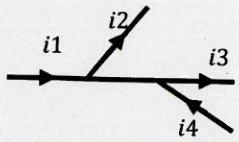
Application aux grandeurs sinusoïdales :

$$i(t) = I.\sqrt{2}\ \sin(\omega t - \varphi) \longrightarrow \underline{I} = I.e^{-j\varphi}$$

$$u(t) = U.\sqrt{2}\ \sin(\omega t + 0) \longrightarrow \underline{U} = U.e^{j0}$$

Exercice 1 :

Soient quatre conducteurs reliés entre eux et parcourus par des courants alternatifs sinusoïdaux de même fréquence.



$$i2(t) = 2.\sqrt{2}\ \sin\left(15t - \frac{\pi}{4}\right)$$
$$i3(t) = 4.\sqrt{2}\ \sin\left(15t - \frac{3\pi}{6}\right)$$
$$i4(t) = 3.\sqrt{2}\ \sin(15t)$$

En utilisant les complexes et la calculatrice. Calculer $i1(t)$.

On a : $i_1(t) = i_2(t) + i_3(t) + i_4(t)$

Ecriture complexe : $\boxed{\underline{I}_2 = 2e^{-j\pi/4}}$

$\boxed{\underline{I}_3 = 4e^{-j3\pi/6}}$ / $\boxed{\underline{I}_4 = 3}$

$\Rightarrow \underline{I}_1 = \underline{I}_2 + \underline{I}_3 + \underline{I}_4$

$\Leftrightarrow \underline{I}_1 = 2e^{-j\pi/4} + 4e^{-j3\pi/6} + 3$

$\underline{I}_1 = 2\left(\cos(\pi/4) - j\sin(\pi/4)\right) + 4\left(\cos\frac{\pi}{2} - j\sin\frac{\pi}{2}\right) + 3$

$\underline{I}_1 = [\sqrt{2} + 3] - j(\sqrt{2} + 4) = 4.41 - 5.41j$

$|\underline{I}_1| = \sqrt{4.41^2 + 5.41^2} = \boxed{6.98A}$, $\theta = \arg\left(\frac{-5.41}{4.41}\right)$

$\Rightarrow \underline{I}_1 = 6.98\, e^{-j0.89}$ $\boxed{\theta = -0.89 \text{ rad}}$

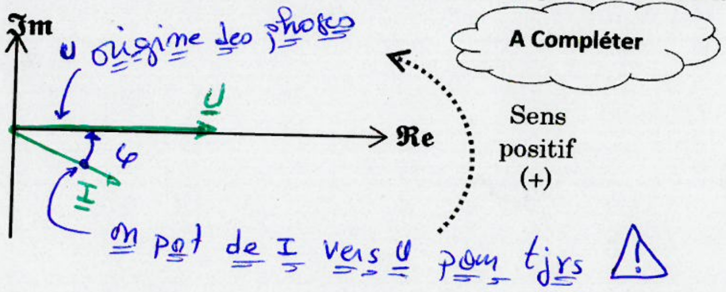
d'où : $\boxed{i_1(t) = 6.98\sqrt{2}\sin(15t - 0.89)}$

4. Représentation vectorielle (diagramme de Fresnel)

C'est la façon dont travaille un oscilloscope ou certains logiciels ; mais ce n'est pas très pratique lorsqu'il faut le faire à la main...

En général, nous n'utiliserons cette méthode que pour obtenir un ordre de grandeur de la somme. Le calcul précis se fera à la calculatrice par la méthode des complexes

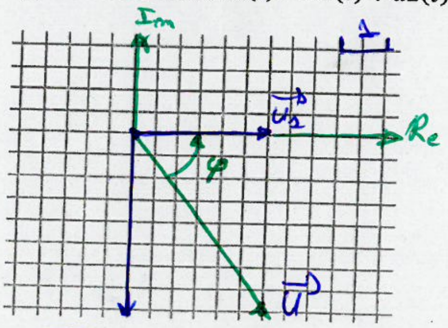
- $u(t) = U.\sqrt{2}\ \sin(\omega t)$
- $i(t) = I.\sqrt{2}\ \sin(\omega t - \varphi)$



Exercice 2 :

Soit : $u1(t) = 3.\cos(\omega t), u2(t) = 4.\sin(\omega t)$. Uniquement par un diagramme de Fresnel à main levée, déterminer approximativement $u(t) = u1(t) + u2(t)$?

pour tracer le diagramme de Fresnel, il faut que les signaux soient de même fonction : $\boxed{u_2(t) = 4\cos(\omega t - \pi/2)}$



6mm → 1V

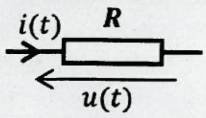
- **la norme de vecteur u :** 30 mm → $\boxed{U = 5V}$
- **la phase de vecteur u :** $\boxed{(\vec{U_1}, \vec{U}) = 53°}$

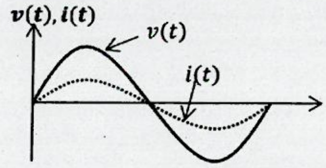
5. Les dipôles passifs

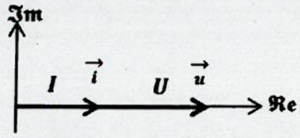
Il existe trois types de récepteur électrique dits (linéaire) :

- Les résistances
- Les inductances (selfs)
- Les condensateurs (capacités)

5.1. La résistance





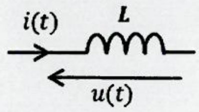


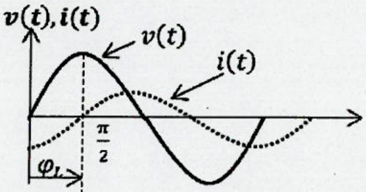
Relations essentielles

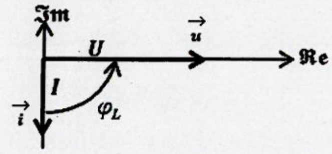
Impédance $\underline{Z}$	Module de $\underline{Z}$	La phase $\underline{Z}$	Relation temporelle u(t)	Relation complexe $\underline{U}$
$\underline{Z} = R$	$\lvert\underline{Z}\rvert = R$	$\varphi = 0$	$u(t) = R \cdot i(t)$	$\underline{U} = R\,\underline{I}$

Conclusion : la tension et le courant sont en phase (pas de déphasage)

5.2. L'inductance (ou Self)





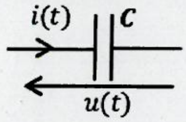


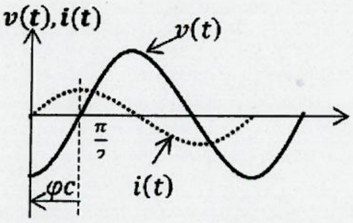
Relations essentielles

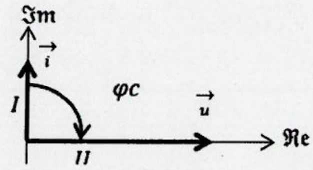
Impédance $\underline{Z}$	Module de $\underline{Z}$	La phase $\underline{Z}$	Relation temporelle u(t)	Relation complexe $\underline{U}$
$\underline{Z} = jL\omega$	$\lvert\underline{Z}\rvert = L\omega$	$\varphi = +\frac{\pi}{2}$	$u(t) = L\frac{di(t)}{dt}$	$\underline{U} = jL\omega \cdot \underline{I}$

Conclusion : le courant est en retard par rapport à la tension $\Rightarrow$ charge inductive ($\varphi > 0$)

5.3. Le condensateur (ou Capacité)







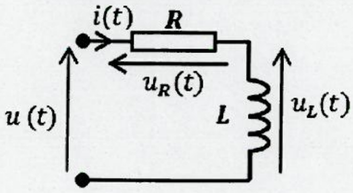
Relations essentielles

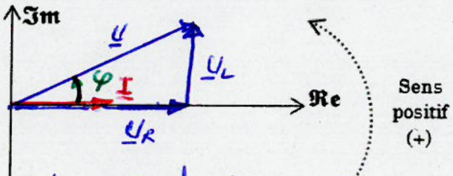
Impédance $\underline{Z}$	Module de $\underline{Z}$	La phase $\underline{Z}$	Relation temporelle i(t)	Relation complexe $\underline{I}$
$\underline{Z} = \frac{1}{jC\omega}$	$\lvert\underline{Z}\rvert = \frac{1}{C\omega}$	$\varphi = -\pi/2$	$u(t) = \frac{1}{C}\int i(t)\,dt$	$\underline{U} = \frac{1}{jC\omega} \cdot \underline{I}$

Conclusion : le courant est en avance par rapport à la tension $\Rightarrow$ charge capacitive ($\varphi < 0$)

Exercice 3 :

Tracer le diagramme de Fresnel des différents schémas suivants (l'échelle des normes des vecteurs est hasard) :

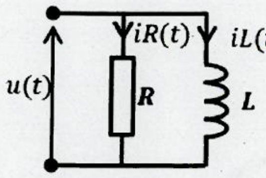


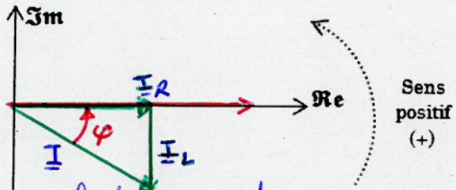


La phase : $\varphi > 0$

Type de charge : Charge Inductive

Le courant est commun $\Rightarrow$ i(t) a pris comme l'origine de phases



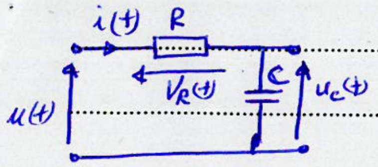


La phase : $\varphi > 0$

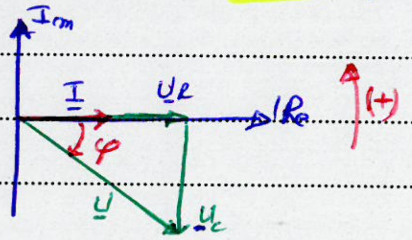
Type de charge : Inductive

la tension est commune $\Rightarrow$ u(t) a pris comme l'origine de phases

Faire la même chose pour la charge RC série et en parallèle.

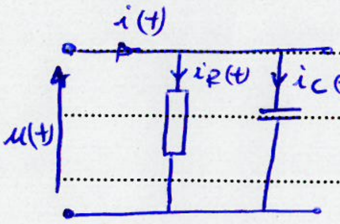


On a le courant est commun ⇒ i(t) a pris comme l'origine des phases



+ Déphasage : $\varphi < 0$

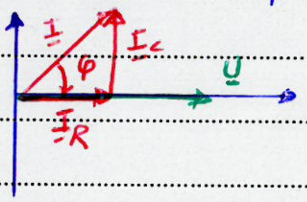
+ type de charge : capacitive



On a la tension est commune ⇒ u(t) a pris comme l'origine des phases

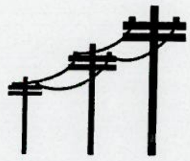
⇒ déphasage : $\varphi < 0$

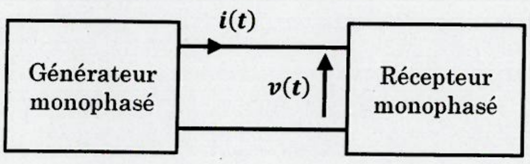
⇒ charge Inductive

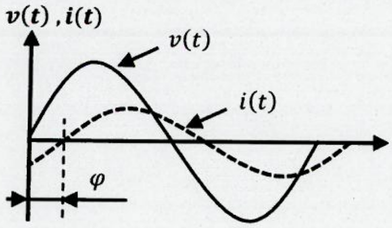


IV. Distribution monophasée

Le monophasé est un dispositif de distribution d'énergie électrique dans lequel la tension électrique alternative est présente sur une ligne bifilaire. Au Maroc, la tension efficace du réseau est fixée à 220 V et de fréquence 50 Hz.







- $u(t) = U.\sqrt{2}\ sin(\omega t)$
- $i(t) = I.\sqrt{2}\ sin(\omega t - \varphi)$

1. La puissance en régime alternatif sinusoïdal

Le concept de puissance est un outil indispensable en électrotechnique, il permet d'ailleurs souvent d'avoir une vision globale des systèmes et de résoudre facilement certains problèmes par la technique du bilan de puissance.

1.1. Puissance instantanée

La puissance instantanée est le produit de la tension u(t) et le courant i(t) : $p(t) = u(t).i(t)$:

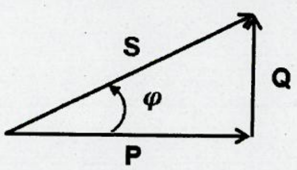
....

La partie variable de la puissance instantanée génère un moment de couple (couple variable), ce dernier crée des vibrations dans le cas des machines tournantes (inconvénient pour les machines).

1.2. Les différentes puissances

- **La puissance active P:** .... unité : ....
- **La puissance réactive Q:** .... unité : ....
- **La puissance apparente S** : .... unité : ....

1.3. Triangle de puissances



S= .... cos(φ) =..

sin(φ) =.................................. tan(φ) =..